Tema 2. GEOMETRÍA ELEMENTAL Y ANALÍTICA.

1. Un solar de forma triangular tiene dos lados de longitudes 140,5 m y 170,6 m, y el ángulo opuesto al primero es de $40°$. Hallar la longitud de la cerca que lo rodee completamente.

2. Resolver un triángulo teniendo como datos: $b = 15$, $a = 12$, $A = 52°$. (Nota: Hay dos posibles soluciones: $i)$ $B_1 = 80°4'$, $C_1 = 47°56'$, $c_1 = 11,3$; $ii)$ $B_2 = 99°56'$, $C_2 = 28°4'$, $c_2 = 7,2$)

3. Resolver el triángulo ABC en los siguientes supuestos:

   a) $c = 25$, $A = 35^o$, $B = 68^o$.

   b) $a = 25{,}2$, $b = 37{,}8$, $c = 43{,}4$.

   c) $b = 7$, $c = 8$, $A = 30^o$.

   d) $c = 628$, $b = 480$ y $C = 55^o10'$.

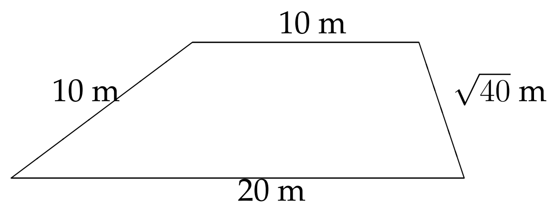
   e) $a = 132$, $b = 224$ y $C = 28^o40'$.

4. La base de un triángulo isósceles es 20 m y su área $100/\sqrt{3}$ m^2. Determinar sus ángulos.

5. Es necesario conocer la distancia desde un punto C hasta dos puntos A y B, pero estas distancias no pueden medirse directamente. El segmento CA se prolonga 175 m hasta un punto D; el segmento CB se prolonga 225 m hasta el punto E. Se miden las distancias $AB = 300$ m, $DB = 326$ m y $DE = 488$ m. Encontrar AC y BC.

6. Se desea calcular la altura de una torre de lanzamiento de cohetes; para ello se hacen dos observaciones desde los puntos A y B, al oeste de la torre, obteniendo como ángulos de elevación 30º y 45º , respectivamente. La distancia $AB = 30$ m. Hallar la altura de la torre.

7. Una parcela tiene forma de trapecio cuyo frente es la base mayor y mide 20 m. Los lados oblicuos miden 10 m y $\sqrt{40}$ m y el fondo, que representa la base menor del trapecio mide 10 m. Se pide determinar la superficie.



8. Un hombre que está situado al oeste de una emisora de radio observa que su ángulo de elevación es de 45°. Camina 50 m hacia el sur y observa que el ángulo de elevación es ahora de 30° . Hallar la altura de la antena.

9. Determinar el área de un triángulo del que se conocen dos ángulos que miden $40°$ y $50°$ y está inscrito a una circunferencia de 10 cm de radio.

10. Se quiere construir un túnel a través de una montaña desde A hasta B. Un punto C que es visible desde A y B se encuentra a 384.8m de A y 555.6 m de B. ¿Cuál es la longitud del túnel si ACB= 35° 42'.

11. Calcular la base y la altura de un rectángulo cuyo perímetro es igual a 8 m, siendo la altura los 2/3 de la base.

12. ¿Cuál es el lado de un rombo, si su perímetro es igual al de un triángulo equilátero cuyo lado tiene 16 m de longitud?

13. ¿Se pueden emplear simultáneamente para embaldosar

    a) El exágono regular y el cuadrado?

    b) El exágono regular y el triángulo equilátero?

    c) El exágono regular, el cuadrado y el triángulo equilátero?

14. Los ángulos de la base de un trapecio son de $60°$ y $90°$ y las bases 5 m y 3 m. Calcular su área.

15. La base mayor AB de un trapecio tiene 60 m El lado AD mide 27 m y forma con AB un ángulo de 30^o mientras que el lado BC lo forma de 45^o. Calcular el área del trapecio.

16. Dado un trapecio isósceles con bases de 50 m y 30 m y altura de 20 m, calcular el área de los cuatro triángulos determinados por el punto de corte de las diagonales.

17. ¿Cuál es la apotema de un exágono regular que tiene 120 cm de perímetro?

18. Encontrar el perímetro de un octógono regular inscrito en una circunferencia de 150 cm de radio.

19. Calcular el área de un rombo de 12 m de perímetro, cuyas diagonales están en la relación 2/5.

20. La planta de un edificio tiene forma de dodecágono regular convexo de lado 20 m. En el interior hay un jardín circular, concéntrico con la circunferencia circunscrita del dodecágono y de radio la mitad del de ésta. En el jardín se ha construido un kiosco de forma exagonal concéntrico con el jardín, y el lado la mitad del radio de éste, y que se usa para conciertos.

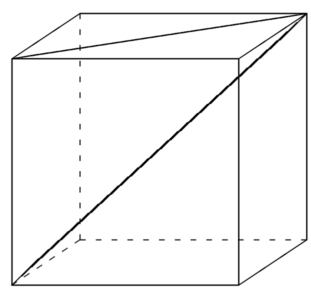
    a) Calcular la apotema del dodecágono.

    b) Determinar el área de terreno que ocupa el edificio.

    c) Superficie del kiosco.

21. Una apisonadora que tiene un rodillo de 1m y 80cm de diámetro por 2 m y 25 cm de largo está asfaltando un tramo de carretera de 150 m Si la anchura de la carretera es de 9 m, ¿cuántas vueltas dará el rodillo en total?

22. Determinar el ángulo que forman la diagonal principal de un cubo y la diagonal de una cara, partiendo ambas diagonales de un mismo vértice como se indica en el dibujo



23. Un monolito macizo tiene forma de pirámide cuadrangular y está hecho con mármol. El lado del cuadrado es de 5 m y la altura de la pirámide es de 25 m. Si la densidad del mármol es de 2,2 gramos por cm^3, calcular el peso del monolito. (Nota: densidad=masa/volumen)

24. Un obelisco está constituido por un paralelepípedo de base cuadrada de 1,25 m de lado y 8m de altura, y por una pirámide de la misma base y 10,5 m de altura. Hallar su volumen.

25. ¿Cuántos m^2 de lámina metálica se necesitan para recubrir un tanque rectangular abierto de 125 cm de largo, 80 cm de ancho y 2 m de profundidad? ¿Cuántos litros de agua caben en este tanque?

26. ¿Cuántos m^3 de tierra habrá que extraer para construir un túnel de 300 metros de largo si la *boca* es un semicírculo de 9 m de diámetro?

27. La torre de una iglesia que tiene forma de pirámide exagonal de lado 3 m y altura 4 m tiene goteras. El arquitecto ha presentado un proyecto para recubrir el tejado de cobre antes de poner las tejas. ¿Cuántos m^2 de cobre necesita?

28. Por obstrucción de los desagües de un edificio en un día de lluvia se acumula el agua en los sótanos. Sabemos que la planta del edificio tiene forma de trapecio rectangular de bases 40 m, 32 m y de altura 20 m. ¿Cuánta agua se ha acumulado si su nivel alcanza los 15 m?

29. En el centro de una autovía hay un muro de protección de hormigón cuyo corte transversal es un trapecio isósceles rematado por arriba por un semicírculo. Las bases mayor y menor del trapecio miden 50 cm y 20 cm, respectivamente y su altura es de 60 cm. Si debemos pintar un km de muro, ¿qué superficie total pintaremos?

30. Una piscina tiene 12m de largo por 6m de ancho. Su profundidad es de 1m en un extremo, y va aumentando uniformemente hasta medir 3m en el otro extremo. ¿Cuántos litros de agua hacen falta para llenar la piscina?

31. Hallar la ecuación de la recta:

    a) que pase por $(-4, 3)$ y tenga pendiente $\frac{1}{2}$.
    b) que pase por $(0, 5)$ y tenga pendiente -2.
    c) que pase por $(2, 0)$ y tenga pendiente $\frac{3}{4}$.
    d) que pase por los puntos $(-2, -3)$ y $(4, 2)$.
    e) que pase por los puntos $(-3, 5)$ y $(3, -4)$.
    f) cuya abcisa y ordenada en el origen sean 5 y -3.

    Expresarlas en forma general y explícita.

32. Hallar la ecuación de la recta que pasa por $(-2, 3)$ y

    a) es perpendicular a la recta $2x - 3y + 6 = 0$.
    b) es paralela a la recta que une los puntos $(4, 1)$ y $(-2, 2)$.

33. Hallar la pendiente m y el ángulo de inclinación α de cada una de las rectas que unen los pares de puntos siguientes:

    $a)$ $(-8, -4)$ y $(5, 9)$ $\quad$ $b)$ $(-11, 4)$ y $(-11, 10)$ $\quad$ $c)(8, 6)$ y $(14, 6)$.

34. Hallar el valor del parámetro k de forma que:

    a) $3kx + 5y + k - 2 = 0$ pase por el punto $(-1, 4)$.
    b) $4x - ky - 7 = 0$ tenga pendiente 3.
    c) $kx - y = 3k - 6$ tenga de abcisa en el origen 5.

35. Deducir analíticamente que

    a) los puntos $A(-3, 4)$, $B(3, 2)$ y $C(6, 1)$ son colineales.
    b) los puntos $A(8, 6)$, $B(4, 8)$ y $C(2, 4)$ son los vértices de un triángulo rectángulo. (Sugerencia: aplicar el concepto de pendiente.)

c) los puntos $A(-1,2)$, $B(0,1)$, $C(-3,2)$ y $D(-4,1)$ son los vértices de un paralelogramo.

36. Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento determinado por los puntos $(7,4)$ y $(-1,-2)$.

37. La distancia entre los centros de dos circunferencias tangentes interiores es 3 cm. La suma de sus radios es 17 cm. Calcular los radios y trazar las circunferencias.

38. Dos circunferencias son tangentes exteriores, la distancia entre los centros es 24 cm, y la razón de los radios es 3/5. Calcular los radios.

39. El extremo de un diámetro de una circunferencia de centro $P_1(-4,1)$ es $P_2(2,6)$. Hallar las coordenadas del otro extremo.

40. Hallar la ecuación de la circunferencia de centro $(-2,3)$ y radio 4.

41. Hallar las coordenadas del centro y radio de la circunferencia $x^2+y^2-3x+5y-14=0$.

42. Hallar la ecuación de la circunferencia

    a) de centro $(5,-2)$ y que pase por el punto $(-1,5)$.

    b) sabiendo que uno de sus diámetros es el segmento que une los puntos $(5,-1)$ y $(-3,7)$.

    c) que pasa por los puntos $(2,3)$ y $(-1,1)$ y cuyo centro está situado en la recta $x-3y-11=0$.

43. Utilizando la definición de elipse, hallar la ecuación de la que tiene como focos $F(0,0)$ y $F'(1,0)$ sabiendo que su eje mayor es igual a 2.

44. Hallar la ecuación de la elipse cuyos focos están en el eje OX y su centro coincide con el origen de coordenadas, sabiendo además que:

    a) Sus semiejes son iguales a 5 y a 2.

    b) Su eje mayor es 10 y la distancia entre los focos es 8.

    c) Su eje menor es 24 y la distancia focal es 10.

    d) La distancia focal es 6 y la excentridad es $\frac{3}{5}$

    e) Su eje mayor es 20 y la excentricidad es $\frac{3}{5}$

    f) Su eje menor es 10 y la excentricidad es $\frac{12}{13}$

45. Hallar la ecuación de la elipse cuyos focos están en el eje OY y su centro es el origen de coordenadas, sabiendo además:

    a) Sus semiejes son iguales a 7 y a 2.

    b) Su eje mayor es 10 y la distancia focal es 8.

c) La distancia focal es 24 y la excentricidad es $\frac{12}{13}$

d) Su eje menor es 10 y la excentricidad $\frac{3}{5}$.

46. Hallar un punto de la recta $x + 5 = 0$ que equidiste del foco izquierdo y del vértice superior de la elipse $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{4} = 1$.

47. Hallar la ecuación de la hipérbola cuyos focos están situados en el eje OX y su centro coincide con el origen de coordenadas, sabiendo además que

a) Sus ejes son 10 y 8.

b) La distancia focal es 10 y el eje imaginario 8.

c) La distancia focal es 6 y la excentricidad es $\frac{3}{2}$.

d) El eje real es 16 y la excentricidad $\frac{5}{4}$

e) Las ecuaciones de las asíntotas son $y = \pm\dfrac{4}{3}x$ y la distancia focal 20.

48. Hallar la ecuación de la hipérbola igual que el ejercicio anterior pero con los focos sobre el eje OY, sabiendo además que

a) Sus semiejes son 6 y 18.

b) La distancia focal es 10 y la excentricidad es $\frac{5}{3}$.

c) Las ecuaciones de las asíntotas son $y = \pm\frac{12}{5}x$ y la distancia entre vértices es 48.

49. Hallar la ecuación de la parábola cuyo vértice está en el origen de coordenadas, sabiendo además:

a) La párabola está situada en el semiplano derecho, es simétrica respecto al eje OX y su parámetro es 3.

b) Está situada en el semiplano izquierdo, es simétrica respecto al eje OX y su parámetro es 0,5.

c) Está situada en el semiplano superior, es simétrica respecto al eje OY y su parámetro es $\dfrac{1}{4}$.

d) Está situada en el semiplano inferior, es simétrica respecto al eje OY y su parámetro es 3.

50. Determinar el valor del parámetro y la situación de las parábolas siguientes con respecto a los ejes coordenados.

a) $y^2 = 6x$.

b) $x^2 = 5y$.

c) $y^2 = -4x$.

d) $x^2 = -y$.

51. Hallar la ecuación de la parábola cuyo vértice está en el origen de coordenadas, sabiendo que

    a) Es simétrica respecto al eje OX y pasa por el punto A(9,6).

    b) Es simétrica respecto al eje OX y pasa por el punto B(-1,3).

    c) Es simétrica respecto al eje OY y pasa por el punto C(1,1).

    d) Es simétrica respecto al eje OY y pasa por el punto D(4,-8).