

Tema 5. ESTADÍSTICA Y DISTRIBUCIÓN NORMAL.

1. Completa los datos que faltan en la siguiente tabla de frecuencias.

Valores	Frec. Absoluta	Frec. Relativa	Porcentaje
1	5	0.1	
2			14
3		0.04	4
4	6	0.12	12
5	5	0.1	10
6			
7	7	0.14	14
8	3	0.06	6
9	3		
10	6	0.12	12
—	Total: 50	—	—

2. En el estudio de una variable se obtuvo la siguiente distribución de frecuencias:

x_i	5	7	9	10	13	14
n_i	8	12	17	20	26	30

- i) Construir la tabla de frecuencias completa.
 - ii) Representar la distribución mediante un diagrama de barras.
3. Los salarios anuales de cuatro trabajadores en una fábrica fueron 4500 euros, 5400 euros, 5860 euros y 27050 euros.
- i) Hallar la media aritmética de sus salarios. ¿Se podría decir que este promedio es representativo de los salarios?
 - ii) Idem. con media geométrica y armónica.
4. Las notas de diez alumnos de cierta asignatura han sido: 4, 6, 4.5, 5.5, 4.7, 5.3, 4.9, 5.1, 4.2, 5.8.

Hallar la media aritmética. ¿Es este promedio representativo de las notas?

5. Los salarios por hora de cuatro empleados son 1.2 euros, 1.8 euros, 1.5 euros y 2.1 euros. Hallar la mediana y la media salarial por hora.
6. En una Universidad se ha obtenido la siguiente tabla de frecuencias relativa a la altura de 100 de sus estudiantes. Hallar la altura media de dichos alumnos.

Altura (metros)	[1.60,1.63)	[1.63,1.66)	[1.66,1.69)	[1.69,1.72)	[1.72,1.75)
Nº de estudiantes	5	18	42	27	8

7. Los salarios semanales (en euros) de 65 empleados de una fábrica de muebles figuran en la siguiente tabla. Hallar la mediana y la moda. Representarlas gráficamente.

Salarios	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100)	[100,110)	[110,120)
Nº empleados	8	10	16	14	10	5	2

8. Un inversor ha adquirido 1000 acciones de una compañía telefónica en cinco sesiones diferentes de Bolsa. Los cambios de adquisición se registran en la tabla adjunta.

Cambios	900	870	840	800	700
Nº acciones	150	300	100	250	200

Hallar el cambio medio, la moda y la desviación típica.

9. Las puntuaciones obtenidas en un test de razonamiento abstracto por 20 alumnos son las siguientes:

16, 22, 21, 20, 23, 22, 17, 15, 13, 22, 17, 18, 20, 17, 22, 16, 23, 21, 22, 18.

Hallar la media, los cuartiles, el rango o recorrido y la varianza.

10. Durante el mes de julio se han registrado las siguientes temperaturas máximas en cierta ciudad:

32, 31, 28, 29, 29, 33, 32, 31, 30, 31, 31, 27, 28, 29, 29, 30, 32, 31, 31, 30, 30, 29, 29, 30, 30, 31, 30, 31, 34, 33, 33.

i) Hallar la moda, la media y los percentiles de orden 30 y 70.

ii) Calcular el recorrido y la varianza.

11. Los jugadores de un equipo de baloncesto se clasifican por la altura según la siguiente tabla:

Alturas	[1.70,1.80)	[1.80,1.90)	[1.90,2.00)	[2.00,2.10)
Nº jugadores	3	4	5	3

Hallar la media, la moda, la mediana y la desviación típica.

12. Una determinada especie de animales mamíferos tiene en cada cría un número variable de hijos. Se observa durante un año la cría de 35 familias, anotándose el número de hijos obtenido por las familias de dicha cría.

Nº hijos	0	1	2	3	4	5	6	7
Nº familias	2	3	10	10	5	0	5	0

- i) Hallar los cuartiles de primer y tercer orden.
 ii) Hallar la moda.
13. Los jóvenes a los 17 años tienen un peso medio de 60.8 Kg. y una desviación típica de 6.69 Kg. Los niños a los 10 años tienen un peso medio de 30.4 Kg. y una desviación típica de 5.37 Kg. ¿Se puede afirmar que el peso es más variable a los 10 años que a los 17? ¿Por qué?
14. La tabla adjunta muestra el salario semanal de los 720 trabajadores de una gran empresa textil:

Salarios (en euros)	120	132	168	216	270	360
Nº de trabajadores	300	200	100	60	40	20

A la hora de renovar el convenio colectivo, la dirección de la empresa presenta dos alternativas:

- i) Un aumento proporcional del 20% del salario semanal de cada trabajador.
 ii) Un aumento lineal de 30 euros a cada trabajador.

Desde el punto de vista de dispersión, ¿cuál de las dos alternativas es mejor? Calcular el salario semanal a partir del cual es preferible el aumento proporcional, así como el porcentaje de trabajadores beneficiados por éste.

15. La temperatura en °C que ha marcado un termómetro en cierta ciudad, en los diferentes días de la semana se refleja en la tabla siguiente:

Día	Máxima	Mínima
Lunes	19	4
Martes	18	-2
Miércoles	21	-3
Jueves	13	1
Viernes	12	4
Sábado	14	0
Domingo	22	3

Calcular:

- i) La temperatura media máxima.

- ii) La temperatura media mínima.
- iii) La media de las oscilaciones extremas diarias.

16. Las puntuaciones obtenidas por un grupo de niños de una guardería en un test de habilidad psicomotora han sido las siguientes:

Puntuaciones	[5,10)	[10,15)	[15,20)	[20,25)	[25,30)
Nº niños	3	6	13	7	2

Hallar gráficamente la moda, la mediana, los cuartiles y los deciles de orden 3 y 7.

17. Una empresa decide hacer un reajuste entre sus empleados. La clasificación se lleva a cabo mediante la aplicación de un test, que arroja las siguientes puntuaciones:

Puntuación	[0,30)	[30,50)	[50,70)	[70,90)	[90,100)
Nº de empleados	94	140	160	98	8

La planificación óptima de la empresa exige que el 65 % sean administrativos, el 20 % jefes de sección, el 10 % jefes de departamento y el 5 % inspectores, según sea la puntuación obtenida. Se pide:

- i) Calcular la puntuación máxima para ser administrativo, jefe de sección y jefe de departamento.
 - ii) ¿Qué puesto obtendrá un empleado que haya obtenido una puntuación de 87 puntos?
18. Se ha tomado una muestra de dieciséis jóvenes, obteniéndose las siguientes estaturas (en centímetros): 160, 172.4, 168, 167, 175, 179, 180, 198, 164, 166, 174, 177, 182.5, 185, 191, 173.5.
- i) Agrupar los datos en cuatro intervalos de amplitud constante.
 - ii) Calcular las medias aritmética, geométrica y armónica.
 - iii) Hallar la mediana, la moda y los cuartiles. Representarlos gráficamente.
 - iv) Calcular la varianza y la desviación típica.
19. Se han observado los precios en una gran superficie de un conjunto de 100 productos y se han clasificado según la siguiente tabla:

Precios (euros)	[0,0.3)	[0.3,0.6)	[0.6,1.2)	[1.2,3)	[3,6)	[6,30)
Nº de productos	15	22	36	17	7	3

- i) Completar la tabla de frecuencias.
- ii) Representar esta distribución mediante un histograma de frecuencias absolutas.
- iii) Construir el polígono de frecuencias.

iv) Calcular la media, la mediana y la moda.

20. Cierta club de baloncesto ha realizado una 'operación altura' para adquirir nuevos jugadores. Se ha medido la altura de 110 jóvenes, obteniéndose la siguiente tabla:

Altura	[1.60,1.70)	[1.70,1.80)	[1.80,1.90)	[1.90,2.00)	[2.00,2.10)
N° niños	18	31	24	20	17

Calcular:

- Los percentiles 21 y 87, y los deciles 3 y 9.
 - Si se consideran bajos a aquellos jóvenes cuya altura está por debajo del tercer percentil, ¿cuál es la altura máxima de este grupo?
 - Si por alto entendemos aquellos jóvenes cuya altura supera el percentil 82, ¿cuál será la altura mínima de este grupo?
 - ¿En qué percentil estará un joven que mide 1.78?
21. Consideremos los datos de la siguiente tabla correspondiente a la puntuación obtenida en un test realizado a 110 alumnos de secundaria:

Puntuación	[30, 40)	[40, 50)	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100)
N° Alumnos	1	3	10	20	45	33	8

Calcular:

- Puntuación más baja alcanzada por el 25 % de más nivel.
- Puntuación más alta alcanzada por el 20 % de alumnos de menos nivel.
- Porcentajes de estudiantes con nota más alta.

Distribución normal.

22. Sea $Z \in N(0, 1)$. Determinar el valor de \mathbf{a} , tal que:

- $P(0 \leq Z \leq \mathbf{a}) = 0'3770$.
- $P(Z \leq \mathbf{a}) = 0'8621$.
- $P(-1'5 \leq Z \leq \mathbf{a}) = 0'0217$.
- $P(Z \geq \mathbf{a}) = 0'31$.

23. Si X es una variable aleatoria normal de media 10 y varianza 4 se pide:

- $P(X \leq 12)$.
- $P(9 \leq X \leq 11)$.
- El valor \mathbf{a} tal que $P(X \leq \mathbf{a}) = 0'32$.

24. El coeficiente de inteligencia es una variable aleatoria que se distribuye según una normal $N(\mu = 100, \sigma = 16)$. Calcular:
- La probabilidad de que un individuo, elegido al azar, tenga un coeficiente inferior a 120.
 - Idem. de que tenga un coeficiente entre 118 y 122.
 - Se supone que un individuo con carrera universitaria, debe tener un coeficiente superior a 110. Hallar la probabilidad de que un licenciado tenga un coeficiente superior a 120.
25. En una prueba de oposición el 35 % de la población examinada obtuvo una nota superior a 6; el 25 %, entre 4 y 6, y el 40 %, inferior a 4. Suponiendo que las notas siguen una distribución normal, hállese la nota media y la desviación típica. ¿Qué porcentaje de la población tiene una nota que se diferencie de la media en menos de dos unidades?
26. En una cancha deportiva se quieren instalar focos para iluminar el campo de juego. El suministrador asegura que el tiempo de vida de los focos es, aproximadamente, una normal con media de 40 horas y desviación típica de 4 horas.
- Escogiendo un foco al azar, ¿cuál es la probabilidad de que luzca por lo menos 30 horas?
 - Si se compran 1.500 focos, ¿cuántos puede esperarse que luzcan por lo menos 30 horas?
27. Un fabricante de lentes de contacto garantiza su producto por un periodo de un año. Si la duración de las lentes de contacto sigue una ley normal con esperanza 410 días y desviación típica de 50 días, y si en un determinado periodo de tiempo vende 109 unidades, ¿cuántos artículos deberá reponer?
28. Las notas de cierta asignatura siguen una distribución normal $N(6.3, 2.5)$. Calcular:
- Probabilidad de que un alumno suspenda la asignatura (menos de 5).
 - El número de alumnos que en un grupo de 100 alumnos obtendrá sobresaliente (más de 9).
 - ¿Cuál será la nota a partir de la cual se aprueba, si suspende el 20 % de los alumnos de ese curso?
29. Se corta automáticamente varilla de plástico moldeada por eyección en longitudes nominales de 6 pulgadas. Las longitudes reales están normalmente distribuidas en torno a una media de 6 pulgadas y su desviación típica es de 0.06 pulgadas.
- ¿Qué proporción de las varillas excede los límites de tolerancia de 5.9 a 6.1 pulgadas?
 - ¿A qué valor es necesario reducir la desviación típica si el 99 % de las varillas deben hallarse dentro de la tolerancia?

30. En un proceso fotográfico, el tiempo de revelado de las impresiones puede considerarse una variable aleatoria con distribución normal de media 16.28 segundos y desviación típica de 0.12 segundos. Calcular la probabilidad de que se lleve, para el revelado de una de las impresiones:
- i) cualquier valor entre 16 y 16.5 segundos.
 - ii) al menos 16.2 segundos.
 - iii) como máximo 16.35 segundos.
 - iv) ¿Para qué valor hay una probabilidad de 0.95 de que sea excedido por el tiempo que tarda el revelado de una de las impresiones?